

## VALUACIÓN DE BONOS

### 5. Bonos cupón cero

Los bonos cupón cero, también llamados bonos de descuento puro, tienen un valor nominal o facial al vencimiento, pero no pagan cupones de intereses a lo largo de su vigencia. El rendimiento que consigue el inversionista en este tipo de instrumentos está dado por la diferencia entre la suma que paga por el título (el precio) y el valor nominal del título que es la cantidad que el inversionista recupera en la fecha de vencimiento. Estos bonos se emiten a plazos cortos, normalmente a menos (o igual) de un año.

No hay un único método para valorar estos bonos, las discrepancias dependen de las convenciones y tradiciones de cada mercado financiero, pero esas discrepancias son menores y obedecen principalmente a las diferentes maneras de medir el tiempo (años de 360 o 365 días) y al uso del interés simple y compuesto. En general, la valuación, el precio teórico, de un bono cupón cero es el valor presente descontado a una tasa de rendimiento o tasa requerida por los inversionistas (la TRV) de todos los flujos que promete pagar el bono, en este caso, sólo el valor nominal al vencimiento.

Si se utiliza interés simple, la fórmula de valuación es:

$$P_b = \frac{F}{1 + i t} \quad (5.1)$$

Donde  $F$  es el valor nominal al vencimiento,  $i$  la tasa de rendimiento **anual** requerida por los inversionistas según las características del bono en cuestión y  $t$  el plazo

medido en términos **anuales**. Esto último dependerá de si se considera el año bancario de 360 días o bien años de 365 días.

### Ejemplo 5.1

Consideremos un bono que tiene un valor nominal de \$ 10 dentro de 292 días, y el inversionista considera que la tasa de rendimiento anual apropiada para el cálculo de su valor presente hacer es de 3.8 %. Si el contrato con el que se rige este instrumento indica que se debe considerar la convención de años de 360 días, de acuerdo con (5.1) el valor hoy (el precio) de este bono cupón cero es:

$$P_b = \frac{10}{1 + 0.038 (292 / 360)} = \frac{10}{1.0308222} = 9.7009938$$

Si el contrato exigiera el uso de la convención de años de 365 días, se aplica la misma fórmula pero sustituyendo el número 360 por 365. Esto es:

$$P_b = \frac{10}{1 + 0.038 (292 / 365)} = \frac{10}{1.0304} = 9.70496894$$

La otra modalidad de valuación de un bono cupón cero consiste en utilizar interés compuesto en vez de interés simple. En este caso, la fórmula para encontrar el precio teórico es

$$P_b = \frac{F}{1 + i_p^n} \quad (5.2)$$

Donde  $i_p$  es la tasa de rendimiento por periodo y  $n$  es el número de periodos que faltan para el vencimiento del bono.

### Ejemplo 5.2

Tenemos un bono que tiene un valor nominal de \$ 10 dentro de 292 días, y el inversionista considera que la tasa de rendimiento anual apropiada para el cálculo de su valor presente hacer es de 3.8 %. Si tomamos años de 360 días, el plazo consiste en un periodo igual a  $292/360 = 73/90 = 0.811111$  y de acuerdo con (5.2) el valor hoy de este bono cupón cero es:

$$P_b = \frac{10}{(1 + 0.038)^{292/360}} = \frac{10}{1.0307132} = 9.7020196$$

Pero si el contrato establece que se deben considerar años de 365 días, el precio teórico del bono es:

$$P_b = \frac{10}{(1 + 0.038)^{292/365}} = \frac{10}{1.0302862} = 9.7060409$$

Si comparamos los cuatro resultados vemos que la discrepancia no parece apreciable; sin embargo, para operaciones de gran magnitud como es usual en los mercados financieros, la diferencia en el método de valoración no puede ser ignorada dado que los contratos establecen el número mínimo de decimales que deben ser considerados. Nos podemos preguntar cuáles de estas cuatro modalidades de valuación de un bono que no paga cupones de intereses es el correcto. La respuesta es sencilla: la modalidad establecida en el contrato de emisión y / o la que establezca la autoridad regulatoria.

Es claro observando las fórmulas de valuación que, al igual que en el caso de los bonos con cupón, existe una relación inversa entre el precio teórico del bono cupón cero y la tasa requerida de rendimiento.

Los bonos cupón cero generalmente se emiten para plazos cortos. Sin embargo, una innovación importante, generada originalmente en el mercado de los EUA, permitió que los mercados financieros contaran con una gran cantidad de bonos que, sin ser estrictamente bonos cupón cero, funcionan como tales para plazos largos. Esta innovación consiste en vender por separado los cupones de los bonos con plazos largos. Consideremos por ejemplo, un bono a cinco años de plazo que paga cupones semestrales al 8% de interés y tiene un valor nominal al vencimiento de \$ 1,000. Si el marco regulatorio permite la venta segregada de los cupones, entonces tendremos 10 bonos cupón cero (uno por cada semestre) de \$ 80 y otro de \$ 1000 a 5 años de plazo.

Es bastante común que estos bonos se valúen usando la llamada **tasa de descuento** en vez de la tasa de rendimiento, sin que se modifique en absoluto la valuación del instrumento. Con la tasa anual de descuento, la fórmula de valuación es:

$$P_b = F (1 - d t) \quad (5.3)$$

Para ello hay que tener en cuenta que existe una relación entre tasa de rendimiento y tasa de descuento. Si conocemos la tasa de rendimiento anual, entonces la tasa de descuento anual  $d$  está dada por:

$$d = \frac{i}{1 + i t} \quad (5.4)$$

Y si conocemos la tasa de descuento anual, la tasa de rendimiento correspondiente es:

$$i = \frac{d}{1 - d t} \quad (5.5)$$

### Ejemplo 5.3

Consideremos el bono que utilizamos en el ejemplo 5.1, con un valor nominal de \$ 10 a 292 días de plazo valuado con una tasa de rendimiento anual de 3.8%. Utilizando (5.4), y considerando la convención de año de 360 días, tenemos que la tasa de descuento anual es:

$$d = \frac{0.038}{1 + 0.038 (292 / 360)} = 0.0368638$$

Y Ahora aplicamos (5.3) y obtenemos que el precio teórico de este bono es:

$$P_b = 10 [ 1 - 0.0368638 (292 / 360) ] = 9.7009938$$

El mismo precio que obtuvimos usando la tasa rendimiento anual de 3.8%.

## Problemas

(Todos los ejercicios se realizan con base en años de 360 días e interés simple y se pueden resolver despejando las incógnitas de las fórmulas básicas cuando sea necesario. Usa varios decimales para obtener resultados más precisos).

5.1 Cuando faltan 23 días para su vencimiento, unos instrumentos de deuda que no pagan cupones de interés y tienen un valor nominal al vencimiento de \$ 10 se colocan en el mercado al precio de \$ 9.979236. (a) ¿Cuál es la tasa de rendimiento anual que está implícita en esta información? \_\_\_\_\_ %, (b) ¿Cuál fue la tasa de descuento \_\_\_\_\_ %. R. 3.25678 %, 3.25 %

5.2 Cuando faltan 86 días para su vencimiento, unos instrumentos de deuda que no pagan cupones de interés y tienen un valor nominal al vencimiento de \$ 10 se venden con una tasa de rendimiento anual de 3.356703%. Calcula (a) el precio de este documento \$ \_\_\_\_\_, (b) Tasa de descuento correspondiente \_\_\_\_\_%. R. \$9.92045, 3.33%.

5.3 Cuando faltan 177 días para su vencimiento, instrumentos de deuda con valor nominal de \$ 10 se venden con una tasa de descuento anual de 3.42%. ¿Cuál fue el precio de este documento \$ \_\_\_\_\_, cuál fue su tasa de rendimiento \_\_\_\_\_%, R. \$9.831850, 3.478491%